

COMPETENCIA MATEMÁTICA PENSAR Y RAZONAR: UN ESTUDIO CON LA MEDIA ARITMÉTICA.

Vladimir Rivera Barrera¹

Carlos Arturo Bohórquez Sánchez²

Recibido: 9 de abril de 2014. Aceptado: 30 de mayo de 2014

Resumen. Este artículo es un avance de investigación del proyecto “Desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de educación básica y media del departamento del Caquetá”, desarrollado por el grupo de investigación “Desarrollo Institucional Integrado”, línea de investigación, Competencias Matemáticas. El propósito de ésta investigación es presentar a la comunidad de educación matemática, los componentes de la competencia matemática pensar y razonar y, a partir de ellos, desarrollar su utilidad y aplicabilidad didáctica en el proceso complejo y prolongado de desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes, a partir del aprendizaje del objeto matemático media aritmética. Es decir, se trata de aportar elementos teóricos y metodológicos, para que los profesores de matemáticas puedan, en mejores condiciones, contribuir a movilizar las competencias matemáticas del estudiante.

Abstract. This article is an advancement of research project "Development of mathematical competencies in students of basic education and media in the Department of Caquetá", developed by the research group "Institutional integrated development", research, mathematics skills. The purpose of this research is to present to the community of mathematics education, the components of mathematical competition thinking and reasoning and, from them, develop your utility and didactic applicability in the complex and lengthy process of development of mathematics competencies of the students, from the learning of mathematical object average arithmetic. That is, it is to provide theoretical

¹ Docente IE La Arcadia. Municipio de Algeciras Huila. vlariba@hotmail.com

² Docente IE El Pescador. Municipio de la Argentina Huila. carbosa44@hotmail.com.



and methodological elements, so that math teachers can, in better conditions, help mobilize student math skills.

Resumo. Este artigo é um avanço do projeto de pesquisa "desenvolvimento de competências de matemática em alunos da educação básica e média no departamento de Caquetá", desenvolvido pela pesquisa grupo "institucional desenvolvimento integrado", pesquisa, conhecimentos de matemática. O objetivo desta pesquisa é apresentar à comunidade da educação matemática, os componentes de competição matemática, pensamento e raciocínio e, com eles, desenvolva sua utilidade e aplicabilidade didática no processo de desenvolvimento de competências de matemática dos alunos desde a aprendizagem o objeto matemático média aritmética. Ou seja, é fornecer elementos teóricos e metodológicos para que os professores de matemática podem, nas melhores condições, ajude a mobilizar competências matemáticas do aluno para que os professores de matemática podem, nas melhores condições, ajude a mobilizar competências matemáticas do aluno.

Palabras clave: Competencias matemáticas, procesos matemáticos, niveles de complejidad, tareas y actividad matemática.

Key Words: Math skills, mathematical processes, levels of complexity, tasks and mathematical activity.

Palavras-chave: habilidades matemáticas, processos matemáticos, níveis de complexidade, tarefas e atividades matemáticas.

Introducción

El desarrollar en los estudiantes competencias matemáticas, implica de manera directa, establecer un punto de partida desde el cual se haga una aproximación a los niveles de complejidad de la competencia matemática específica que presentan éstos en el aprendizaje de un determinado objeto matemático. Dicha situación es complicada, dado que los docentes manifiestan que actualmente, existe una sensación de carencia de herramientas para desarrollar competencias en el aula (Solar.2009). De acuerdo con lo anterior, el problema de investigación, consiste en caracterizar la competencia

matemática Pensar y Razonar a partir de actuaciones presentadas por los estudiantes en la realización de actividades matemáticas planteadas con el objeto matemático media aritmética. En esta perspectiva, se formuló la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo caracterizar la competencia matemática Pensar y Razonar a partir de los niveles de desempeño presentados por los estudiantes en la realización de actividades matemáticas planteadas con el objeto matemático media aritmética?

En el presente estudio se indagó sobre las tareas matemáticas, diseñadas y propuestas en clase por el profesor, junto con las actividades matemáticas desarrolladas por el estudiante. Igualmente, se planteó como foco de investigación, el modelo teórico a priori centrado en el aprendizaje de los estudiantes.

Referentes Teóricos.

- ***Competencia matemática pensar y razonar.*** En este trabajo, la competencia matemática es considerada como un saber hacer en la práctica mediante herramientas matemáticas, lo cual de acuerdo con Rico y Lupiañez (2008), consiste en utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible; asimismo, se hace especial énfasis en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación; se muestra de esta manera, que los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana.

En consecuencia, por competencia matemática Pensar y Razonar, según lo planteado por autores como, Rico y Lupiañez (2008), Solar (2009), y Tobón, et al (2010), se define como un conjunto secuencial de pensamientos que representan eventos lógicamente organizados que nos movilizan para producir simbólicamente lo que nos ha acontecido e influenciado por las emociones y factores físicos o sociales que modulan las formas de representar las cosas del mundo.

Según lo mencionado, se asumió el modelo de competencia matemática como estrategia y como herramienta de planificación de una secuencia didáctica, propuesto por Solar (2009) y, se determinaron los elementos del modelo a priori de la competencia matemática pensar y razonar en donde se articulan las tareas, los procesos y los niveles de complejidad con la actividad matemática y expectativas de aprendizaje de los estudiantes. En este componente de la competencia, se asume la competencia matemática (pensar y razonar); la cual, es una de las ocho competencias propuestas en el proyecto

PISA (2003, 2004). Así mismo, se asumen los niveles de complejidad de dicha competencia, los cuales son: reproducción, conexión y reflexión, teniendo en cuenta que la matemática es el área prioritaria en el proyecto PISA (2012), el cual, según Caraballo, et al. (2013), se define como la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos; asimismo, ayuda a los individuos a reconocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a realizar los juicios bien fundados y las decisiones que necesitan los ciudadanos reflexivos, constructivos y comprometidos.

- ***Niveles de complejidad en el modelo de competencia matemática.*** De esta manera, el modelo de competencia se asume como la estructura que articula las expectativas de aprendizaje a corto plazo (objetivos específicos) con las expectativas de aprendizaje a largo plazo (competencias), como lo plantean Rico y Lupiañez (2008) para desarrollar la articulación entre estas expectativas con las tareas, las actividades matemáticas de aprendizaje, los procesos matemáticos y los niveles de complejidad de la competencia; aspectos esenciales a la hora de planificar la secuencia didáctica en el aula en torno al aprendizaje de un objeto matemático para que los estudiantes movilicen sus competencias.

En relación con lo mencionado, se considera que las competencias matemáticas se desarrollan como expectativas de aprendizaje a mediano y largo plazo en el marco del desarrollo de procesos matemáticos de complejidad progresiva y asociados a expectativas de aprendizaje a corto plazo y que los procesos matemáticos movilizan una gran riqueza cognitiva cuando el estudiante se enfrenta a tareas complejas en un contexto socio cultural específico; es decir, el estudiante se involucra en procesos matemáticos cuando resuelve tareas. Esta relación entre tareas, procesos y actividad matemática genera una interacción comunicativa entre el estudiante- profesor y entre estudiantes- estudiantes en la construcción de significados matemáticos compartidos (Bishop, 2005). De manera tal, que en el presente estudio se asumen los niveles de complejidad de la competencia, de la mano de PISA (2003, 2004), Rico y Lupiañez (2008), Mora y Rosich, (2011) y Solar (2009), dichos niveles se especifican a continuación:

-***Reproducción:*** en este nivel la expectativa de aprendizaje se focaliza en reproducir un determinado procedimiento rutinario (único) sin necesidad de relacionar datos, requiere el conocimiento de hechos, representación de problemas comunes, reconocimiento de

propiedades y objetos matemáticos familiares, aplicación de algoritmos y realización de cálculos habituales; es el nivel mínimo, se relaciona con el tipo de respuesta.

-Conexión: este nivel se relaciona con el tipo de solución que el estudiante da a la tarea, se apoya sobre las capacidades requeridas en el nivel de reproducción, dado que si el estudiante interpreta la información, identifica los elementos y conceptos matemáticos que se requieren para resolver el problema, propone más de una solución, articula procesos que orientan hacia la respuesta, utiliza más de una representación semiótica del objeto matemático y hace conexión de procesos cada vez menos rutinarios, sin dejar de ser familiares, su nivel de desempeño se ubica en el grupo de conexión.

-Reflexión: este nivel se relaciona con el tipo de estrategias de solución que el estudiante utiliza, los procesos que emplea para resolver el problema. El estudiante propone nuevas estrategias de solución y las aplica en escenarios más complejos y nuevos, explora nuevas vías de trabajo, emplea la heurística y comunica en forma verbal y escrita sus argumentos matemáticos. Este nivel implica producción y utilización del pensamiento creativo para resolver el problema (Goñí, 2009).

4. Método

Esta investigación es de carácter cualitativo cuyo foco investigativo es la caracterización de la competencia matemática pensar y razonar, centrada en situaciones reales como es la producción de café sustentadas en experiencias individuales o colectivas y las diferentes interacciones comunicativas de los grupos participantes. La base de esta investigación se focaliza primordialmente en los estudiantes, en su actividad matemática de aprendizaje, el fenómeno del contexto y los docentes investigadores en donde emergen desempeños y procesos de la competencia matemática pensar y razonar.

En coherencia con lo anterior, el presente estudio es cualitativo, dado que se busca interpretar las actuaciones de los estudiantes, la calidad de la participación de éstos en los procesos de representación semiótica y de la calidad del discurso del participante se pueda evidenciar la progresiva movilización de los procesos matemáticos asociados a la competencia matemática pensar y razonar, ya mencionados (Sfard, 2008).



De igual forma, se implementó el estudio de caso, dado que permite describir las actuaciones, la participación y la calidad del discurso de los estudiantes en la caracterización de la competencia matemática pensar y razonar en relación con la concepción adoptada, los descriptores e indicadores propuestos a priori y los que emergieron en los momentos de la producción de la información, sistematización y análisis de los datos; a partir de un contexto real que involucra la media aritmética como objeto matemático.

Esta investigación se desarrolla en la Institución La Arcadia, municipio de Algeciras (Huila, Colombia) la cual se encuentra inmersa en un contexto socio cultural rural donde prevalece la tradición agrícola, en especial el cultivo del café, el cual es el sustento económico de los habitantes de esta vereda; además del cultivo del café se practican en menor orden, otras actividades agrícolas y pecuarias como el cultivo de mora, granadilla y lulo, que complementan los ingresos de éstas familias rurales. Por otra parte, los estudiantes de la vereda han sufrido de cerca el conflicto armado por existir en la zona grupos al margen de la ley, que en épocas anteriores, era su única opción de vida puesto que, el Estado no ofrecía ninguna esperanza de progreso para estos jóvenes. Actualmente, ésta visión de los estudiantes ha venido cambiando en la medida que el currículo escolar se inserta a nuevos modelos empresariales que hacen de la agricultura una opción de vida, esta problemática rural es un eje fundamental en nuestra investigación en la medida que éste contexto determina las actividades matemáticas diseñadas para estos estudiantes en particular.

Según lo expuesto, en este estudio se contó con la participación de 20 estudiantes de noveno grado con edades comprendidas entre los 13 y 15 años que tuvieran relación con la actividad cafetera. Los docentes asumimos la participación directa como investigadores participantes quienes orientábamos las discusiones en el desarrollo de cada tarea en contexto escolar y extraescolar.

Resultados

En relación con el proceso matemático representar, el primer nivel de complejidad de la competencia matemática (reproducción) pensar y razonar, la actividad matemática de los estudiantes se caracteriza porque los estudiantes indagan los datos a través de diversas

fuentes de información provenientes de la Federación Nacional de Cafeteros, La Umata³ y algunos datos empíricos suministrados por los presidentes de las Juntas de Acción Comunal de las diferentes veredas del municipio; de la misma forma, se presentan los datos compilados sobre la producción cafetera local para que los estudiantes resuelvan a través de ellos, las tareas propuestas. Asimismo, las actuaciones de los estudiantes son evidenciadas de manera escrita y de manera verbal.

Al presentar los datos y relacionarlos, los estudiantes calculan el promedio de la producción cafetera local, describen el procedimiento para determinar los promedios asociados a la producción cafetera, hasta este momento, no se evidencia en ningún caso la utilización del algoritmo de la media aritmética, solo se limitan a colocar el valor numérico de ésta y en algunos casos el valor no corresponde con los datos suministrados. (Ver figura 1)

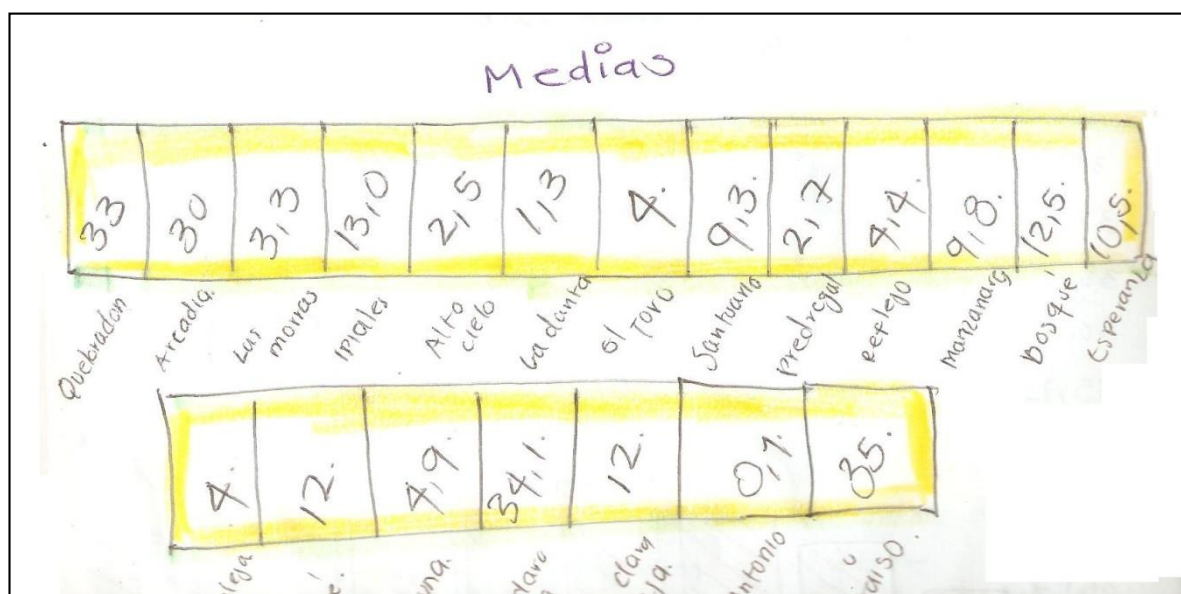


Figura 1. Calculo de la media aritmética de la producción de todo el municipio (2258,46667).

Posteriormente se les pregunta: ¿Cuál fue el procedimiento realizado por los estudiantes para calcular la media aritmética? La respuesta a esta pregunta la evidencian utilizando un procedimiento para ello; lo plasman así: “sumando todos los datos y dividiéndolo por la cantidad de datos”. En este sentido, se identificó que en el nivel de reproducción, la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes se caracterizó por

³ Unidad Municipal.de Asistencia Técnica Agropecuaria.

la búsqueda de información sobre la producción cafetera del municipio de Algeciras Huila y la presentación en tablas, mediante el cálculo del algoritmo media aritmética como promedio de la producción cafetera. Para este cálculo utilizaron herramientas tecnológicas como la calculadora y el celular pero se les dificultó su manejo; de igual manera, se les dificultó representar de manera grafica la producción cafetera local e identificar a la media aritmética como un dato representativo de la producción cafetera.

En lo concerniente al nivel de conexiones, se pretendió que los estudiantes fueran más allá de los problemas habituales, realizaran interpretaciones y establecieran interrelaciones en diversas situaciones. Este nivel suele ser de dificultad media; aun así, de los datos suministrados sobre la producción cafetera, la actuación de los estudiantes evidenció diferentes representaciones gráficas de la media aritmética demostrándose dificultades en la representación gráfica y la relación de la media aritmética con la producción de café.

En este sentido, el estudiante representa la media aritmética en un gráfico circular sin tener en cuenta las proporciones asignadas a cada vereda; es decir, la media aritmética de producción. Por ejemplo, indican que en la Vereda la Laguna se produce más café que en la Vereda las Morras, presentando un error en el gráfico. (Ver figura 2).

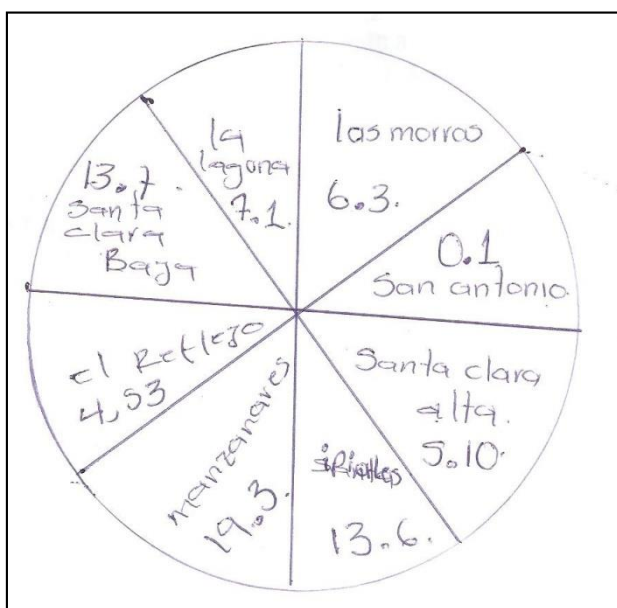


Figura 2. Proporciones asignadas a cada vereda, según la media aritmetica.

Por otra parte, en la siguiente representación de un gráfico de barras, la actuación del estudiante evidencia los datos ordenados de menor a mayor de la producción de café de

la Vereda la Laguna. Esto difiere del gráfico anterior, el estudiante ubica dentro del gráfico determinando la media aritmética de la producción de esta vereda (5.5 toneladas); además, relaciona otras medias aritméticas de las veredas: las Morras (5.8 ton) y el Pedregal (3.43 ton); aun así, en este último cálculo el estudiante realiza una aproximación equivocada.

Respecto al nivel de reflexiones, que implica perspicacia y reflexión por parte de los estudiantes, así como creatividad a la hora de identificar elementos matemáticos de un problema y establecer interrelaciones; la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes se caracterizó por dificultades en la identificación de la información cafetera, dado que no realizaron los procedimientos rutinarios con promedios sobre situaciones de producción cafetera local.

En consecuencia, el proceso matemático razonar y argumentar, permite que los estudiantes formulen conjeturas matemáticas, desarrollan y evalúan argumentos, eligen y utilizan varios tipos de razonamiento y demostraciones. Al respecto, se encontraron las siguientes caracterizaciones o descriptores de esta competencia: - desde una perspectiva cognitiva, las explicaciones de los estudiantes describen al objeto de conocimiento (media aritmética), que a partir de uno o más valores para comprender un promedio o media aritmética; -además, responden a cuestionamientos: ¿Por qué se produce este fenómeno? o ¿Por qué se obtiene este resultado? (Ver figura 3)

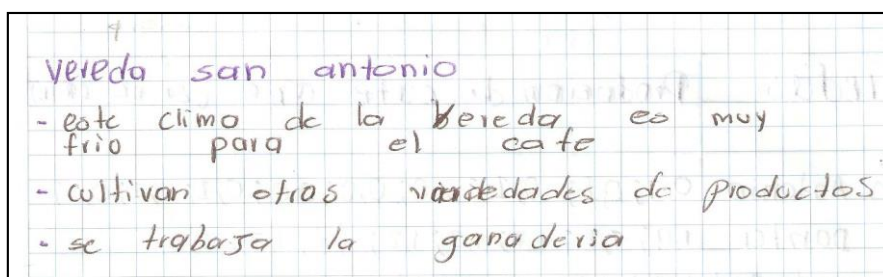


Figura 3. Nivel de reflexión.

A partir de razonamientos y argumentaciones y las actuaciones de los estudiantes se proponen alternativas de solución a la problemática cafetera. Frente a la baja producción, los estudiantes plantean lo siguiente (Ver figura 4):

Los problemas que puedo indentificar es que la mayoría de los cultivadores no tienen cultivos de buena calidad y no son tratados adecuadamente para lograr una producción esperada. Sin duda alguna la solución sería sembrar árboles de mejor calidad y fertilizarlos con mas frecuencia para obtener ganancias.

Figura 4. Argumentación solución del problema

Discusión.

-Respecto al “funcionamiento” del modelo teórico a priori de la competencia matemática pensar y razonar. El modelo teórico de competencia sirvió como estructura articuladora entre las expectativas de aprendizaje en el corto plazo (objetivos) y las expectativas de aprendizaje en el mediano y largo plazo (competencia pensar y razonar). Es decir, se articularon las tareas matemáticas, procesos matemáticos, niveles de complejidad con la actividad matemática de aprendizaje del estudiante en torno a la tarea “producción de café en el municipio de Algeciras Huila asociado a la media aritmética”. Los estudiantes hicieron actividad matemática resolviendo las tareas de producción cafetera, desarrollaron procesos matemáticos (representar, razonar y, argumentar; y resolver problemas) que le permitieron comunicar (oral y por escrito), con argumentos matemáticos, el proceso y el producto de su actividad, la valoración de la calidad de estos procesos, de su rol en el grupo, de las dificultades y de los avances. Es decir, movilizaron procesos de riqueza cognitiva y de naturaleza metacognitiva, afectiva y volitiva.

La comunicación oral y escrita de los estudiantes y su interacción con los actores del proceso permitió, a través de la metáfora de la participación (Sfard, 2008), desarrollar significado matemático compartido, de negociar normas de comportamiento y luego seguirlas, la capacidad de desarrollar una buena comunicación con otros miembros de la comunidad, cualidades de liderazgo, tener una buena influencia sobre otros miembros del

grupo social, de volver útiles socialmente las matemáticas para esa comunidad, entre otras. Las actuaciones de los estudiantes en la acción comunicativa, en el mejoramiento progresivo de la calidad de su discurso (aprendizaje), fueron aspectos que permitieron caracterizar la competencia matemática pensar y razonar.

Para presentar el modelo de competencia matemática, se destacan tópicos esenciales de esta competencia: pensar y razonar es un tópico de notable actualidad en la investigación en didáctica de las matemáticas. En el estudio se ha caracterizado esta competencia en términos de: tareas matemáticas, tres procesos que conforman la competencia (representar, razonar y, argumentar y resolver problemas); tres niveles de complejidad, aspecto afectivo (voluntad) y el aspecto de tendencia de acción (persistencia). Se ha comprobado que la relación entre tareas, procesos y niveles de complejidad con la actividad matemática de aprendizaje, determinan la eficacia del modelo teórico para ayudar al estudiante a avanzar en los niveles de complejidad de la competencia.

Es decir, los niveles de complejidad de la actividad matemática están articulados a la complejidad creciente de las tareas propuestas y se expresan, finalmente, en los niveles de complejidad de los procesos matemáticos que deben desarrollar los estudiantes. Los procesos que conforman la competencia se han caracterizado a partir del estudio de caso.

La competencia pensar y razonar tiene una función didáctica, la caracterización de sus componentes es una estructura útil en la planificación de actividades matemáticas y en el desarrollo del pensamiento, razonamiento matemático y el desarrollo de significados matemáticos compartidos en el aula. Esta competencia consiste en estudiar el desarrollo de las tareas matemáticas, los procesos matemáticos, los niveles de complejidad y las actuaciones de los estudiantes en la acción comunicativa (Sfard, 2008); la calidad de su discurso (aprendizaje) permite caracterizar el proceso de movilización de sus competencias matemáticas y, en consecuencia, construir criterios, indicadores y descriptores de evaluación de la competencia matemática pensar y razonar.

El contexto sociocultural de los estudiantes asociado a la producción cafetera, permitió desarrollar conceptos matemáticos en términos de tareas; desarrollar procesos de representar, razonar y argumentar y resolver problemas; mostrar la aplicabilidad social de las matemáticas y desarrollar procesos reflexivos.

Los resultados han mostrado que, en términos de nuestro modelo, mientras más funciones cumpla el contexto, mayor nivel de complejidad, abstracción y calidad logra el

estudiante en su actividad matemática de aprendizaje. Ello ha evidenciado que las tareas sobre producción de café asociados al objeto matemático media aritmética han sido un buen medio para mostrar que las tareas contextualizadas contribuye a la comunicación de resultados que permiten a los estudiantes en el marco de la metáfora de la participación (Sfard, 2008) desarrollar y negociar significado matemático compartido.

Las actuaciones orales y escritas de los estudiantes en todo el proceso de razonar y argumentar asociadas a una situación problemática sobre la producción del café aporta significatividad didáctica y contribuye a la calidad del proceso de aprendizaje de las matemáticas, en el marco de los planteamientos de la metáfora de la participación (Sfard, 2008) y de compartir y desarrollar el significado matemático a través de la comunicación y la negociación entre los participantes (Bishop, 2005, p. 22-23).

- *Respecto al aspecto cognitivo, afectivo y tendencia de acción.* En general, el proceso de desarrollo de la competencia pensar y razonar de estudiantes se caracterizó por:

Para el nivel de reproducción, la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes se caracterizó por las actuaciones de 14 estudiantes quienes buscaron información sobre la producción cafetera del municipio y la presentaron en forma de tablas. Además, calcularon el algoritmo media aritmética como promedio de la producción cafetera. También realizaron algunos razonamientos sobre los datos, la atipicidad de estos y propusieron algunas soluciones cuando comprenden el problema de la producción cafetera en el municipio de Algeciras Huila.

Para el nivel de conexión, la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes se caracterizó por las actuaciones de 4 estudiantes que utilizaron conceptos matemáticos, herramientas tecnológicas y realizaron diferentes representaciones graficas de la media aritmética. Describieron, explicaron y resolvieron situaciones de producción cafetera a través de inferencias relacionados con los datos atípicos y los gráficos.

Para el nivel de reflexión, la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes se caracterizó por las actuaciones de 2 estudiantes que razonaron y argumentaron sobre sus conclusiones y las de los demás en torno a la producción cafetera de su municipio. A partir de sus razonamientos sobre producción cafetera formularon y resolvieron problemas con la media aritmética, realizaron el proceso de matematización,

construyendo las soluciones y a partir de ellas, hicieron inferencias para comprender y explicar mejor la problemática de la producción cafetera local.

En cuanto al componente afectivo (voluntad), la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes en el nivel inicial receptivo, se caracterizó por la manifestación de interés de 4 estudiantes por realizar la tarea pero no se animaron a hacerla; en el nivel básico, se caracterizó por la expresión de voluntad por parte de 10 estudiantes de hacer la tarea pero con la asistencia del profesor o alguno de sus compañeros. En el nivel de dominio autónomo se caracterizó por la muestra de disposición y voluntad de 3 estudiantes por realizar la tarea. En el nivel estratégico, se caracterizó por la disposición de 3 estudiantes para desarrollar la tarea, además de prestar ayuda a sus compañeros para solucionarla. Este componente es el que impulsa a un estudiante a resolver la tarea, a abordar procesos afectivos motivacionales de las competencias cuyos componentes son las actitudes, los valores y las estrategias afectivo-motivacionales. En palabras de D'Amore (2008) ¿"Qué sería una competencia sin el deseo, sin la voluntad y sin el gusto de hacer uso de ella"? (p. 21).

En el aspecto metacognitivo, los estudiantes reflexionaron sobre su desempeño al resolver las tareas matemáticas y ayudar a construir significado matemático compartido. Ello les permitió reflexionar sobre la calidad de su actividad matemática de aprendizaje, sus dificultades, avances, necesidades y la importancia de adoptar estrategias útiles para mejorar sus interpretaciones y actuaciones. Esto es, desarrollar su capacidad para comprender y gobernar su propio proceso de aprender y aprender a aprender.

Para el componente tendencia de acción (persistencia), la actividad matemática de aprendizaje de los estudiantes en el nivel inicial receptivo, se caracterizó por la intensión de 4 estudiantes de no realizar la tarea. Para el nivel básico se caracterizó por la realización de la tarea por parte de 10 estudiantes pero no analizaron sus respuestas. Este aspecto fortalece la naturaleza dinámica y compleja de la competencia matemática, la cual no deja de ser una cualidad específica de la persona que implica poner de manifiesto su capacidad-disponibilidad de observar el mundo y sus fenómenos de modo matemático.

En el nivel autónomo se caracterizó por la persistencia de 3 estudiantes por encontrar una solución verdadera. Por último, para el nivel estratégico se caracterizó por la persistencia de 3 estudiantes por desarrollar la tarea hasta su culminación. Esta continuidad permiten fortalecer su voluntad frente al proceso de solución del problema y de su deseo de saber; de allí emergen los aspectos de persistencia continuidad y

dedicación de los estudiantes cuando resuelven una tarea relacionada con los promedios de la producción cafetera de su vereda en el municipio de Algeciras.

A manera de conclusión

La articulación de las tareas matemáticas, procesos matemáticos, niveles de complejidad con la actividad matemática de aprendizaje del estudiante en torno a las tareas relacionadas con la realidad que éste afronta, posibilita el desarrollo de las competencias matemáticas; en particular, la competencia pensar y razonar, la cual tiene una función preponderante para la didáctica de las matemáticas.

El nivel estratégico juega un papel esencial dado que impulsa al estudiante a resolver la tarea y a abordar procesos afectivos motivacionales de las competencias cuyos componentes son las actitudes, los valores y las estrategias afectivo-motivacionales.

De igual manera, el aspecto metacognitivo posibilita desarrollar su capacidad para analizar, comprender y tomar alternativas para aprender a aprender y mejorar el propio proceso de aprendizaje. En conexión con éste, está el componente de tendencia de acción o persistencia que contribuye a desarrollar la disponibilidad para observar, de modo matemático, el mundo y sus fenómenos.

Para lograr el nivel autónomo confluyen los demás componentes de la competencia matemática pensar y razonar y, a partir de ellos, se desarrollan las competencias matemáticas de los estudiantes, proceso complejo y prolongado; de ahí su importancia y utilidad en la fundamentación didáctica de los profesores de esta disciplina.

Referencias Bibliográficas

Bishop, A. J. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Cali: Universidad del valle.

Caraballo, Rico y Lupiañez. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: El caso de las matemáticas. *Revista de curriculum y formación del profesorado*. Universidad de Granada. Disponible en: <http://www.ugr.es/7EFD3D5C-83A4-41AB-A00A-771E553933B3/FinalDownload/DownloadId->

97EC5BBA9D5F57D4A5F2A11D506ECAFE/7EFD3D5C-83A4-41AB-A00A-771E553933B3/~recfpro/rev172COL1.pdf

D'Amore, B. (2008). *Competencias y Matemática*. Bogotá: Magisterio.

Goñi, J. M. (2009). *3² -2 ideas clave para el desarrollo de la competencia matemática*. Barcelona: Graó.

Rico, L. y Lupiañez Gómez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.

Sfard, A. (2008). *Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional*. Santiago de Cali: Programa editorial Universidad del Valle.

Solar, H. (2009). Competencias de modelización y argumentación en interpretación de graficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso. (Tesis Doctoral inédita).

Tobón, S., Pimienta, J. y García, J. A. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. México: Pearson educación.